Midterm Solutions

Question 1

1. **a.**

$$\begin{cases} \underset{x_1,x_2}{Max} \quad U^A(x_1,x_2) = (x_1,x_2)^2 \\ s.t \;\; I = p_1x_1 + p_2x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1^A(p_1,p_2,I) = \frac{1}{2}\frac{I}{p_1} \\ D_2^A(p_1,p_2,I) = \frac{1}{2}\frac{I}{p_2} \end{cases}$$

oder

$$D_1^A(p_1,p_2,I) = 9 + 2\,\frac{p_2}{p_1}$$

$$D_2^A(p_1,p_2,I) = 9\,\frac{p_1}{p_2} + 2$$

$$\begin{cases} \underset{x_1,x_2}{Max} \quad U^B(x_1,x_2) = \ln x_1 + 2\ln x_2 \\ s.t \;\; I = p_1x_1 + p_2x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1^B(p_1,p_2,I) = \frac{1}{3}\frac{I}{p_1} \\ D_2^B(p_1,p_2,I) = \frac{2}{3}\frac{I}{p_2} \end{cases}$$

oder

$$D_1^B(p_1,p_2,I) = 1 + 2\,\frac{p_2}{p_1}$$

$$D_2^B(p_1,p_2,I) = 2\,\frac{p_1}{p_2} + 4$$

b. $D_1^A + D_1^B = 21$

$$\Leftrightarrow 9 + 2\,\frac{p_2}{p_1} + 1 + 2\,\frac{p_2}{p_1} = 21$$

$$\Leftrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{11}{4}$$

$$\begin{cases} D_1^A = 14,5 \\ D_1^A = 6,5 \\ D_2^A = 5,27 \\ D_2^B = 4,72 \end{cases}$$

c. Soll Konsumeffizienz vorliegen, muss die Steigung der Indifferenzenkurven für alle Konsumenten Gleich sein.

$$\begin{cases} MRS^A = \frac{D_2}{D_1} = \frac{4}{11} = \frac{p_1}{p_2} \\ MRS^B = \frac{D_2}{D_1} = \frac{4}{11} = \frac{p_1}{p_2} \end{cases} \Leftrightarrow \{MRS^A = MRS^B$$

Die gefundene Allokation sind konsumeffizient.

Question 2

1. a.

$$\begin{cases} \underset{c,l}{Max} \quad U(c,l) = c - \frac{1}{T-l} \\ s.t\ pC = wl + \Pi \end{cases}$$

Lagrange einsetzen:

$$£ = c - (T-l)^{-1} - \lambda(wl + \Pi - pC)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial £}{\partial c} = 1 + p \overset{!}{=} 0 \\ \frac{\partial £}{\partial l} = (T-l)^{-2} - w \overset{!}{=} 0 \\ \frac{\partial £}{\partial \lambda} = (wl + \Pi - pC) \overset{!}{=} 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow MRS = (T-l)^2 = \frac{p}{w} \Leftrightarrow p = w(T-l)^2$$

$$\begin{cases} l^S = T - \sqrt{\frac{p}{w}} \\ C^D = \frac{w}{p}T - \sqrt{\frac{p}{w}} + \frac{\Pi}{p} \end{cases}$$

$l^S = T - \sqrt{\frac{p}{w}}$ ist unabhängig von der Eikommenverteilung

$C^D = \frac{w}{p}T - \sqrt{\frac{p}{w}} + \frac{\Pi}{p}$ hängt nur von der gesammt Einkommen ab

$$\begin{cases} l^{agg} = nT - n\sqrt{\frac{p}{w}} \\ C^{agg} = n(\frac{w}{p}T - \frac{p}{w}) + \frac{\Pi^{agg}}{p} \end{cases}$$

$U(c,l) = c - \frac{1}{T-l}$ ist nicht homothetisch da
$U(tc,tl) \neq tU(c,l)$

b. Auf der Angebote seite:

$$\Pi = pc - wl$$

$$\Pi = (p-w)l$$

3 fälle:

- $w > p : c = l^d = \Pi = 0$
- $p > w : c = l^d = \Pi \to \infty$
- $p = w : c = l^d \in [0,\infty); \Pi = 0$

$\frac{w}{p} = 1$ ist der einzige mögliche GG (siehe Solutiopn H6) $\to$
$\Pi = 0$:

$$l^* = l^s = l^d = T - 1$$

$$c^* = c^s = c^d = T - 1$$

Question 3

1. **a.** Die intertemporale Budgetrestriktion lautet:

$$x_{t+1} - e_{t+1} = (1+r)(e_t - x_t)$$

Ohne Studium verdient sie:

$$e_t + \frac{e_{t+1}}{(1+r)} = PV$$

$$200000 + \frac{300000}{1,25} = 440000$$

Damit das Studium für sie lohnt, mußt sie der folgende Einkommen verdienen:

$$e_{t+1} = (440000 - 60000)1,25 = 475000$$

b.
$$\begin{cases} \underset{x_t, x_{t+1}}{MAX} \quad U = \ln x_t + \beta \ln x_{t+1} \\ s.t \quad x_{t+1} - e_{t+1} = (1+r)(e_t - x_t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MRS = \dfrac{\frac{\partial U}{\partial x_t}}{\frac{\partial U}{\partial x_{t+1}}} = \dfrac{x_{t+1}}{\beta x_t} = (1+r) \\ \Leftrightarrow (1+r)x_t = \dfrac{x_{t+1}}{\beta} \end{cases}$$

In die Budgetbeschrankung einsetzen:

$$\begin{cases} x_{t+1} = \dfrac{\beta[(1+r)e_t + e_{t+1}]}{(1+\beta)} \\ x_t = \dfrac{e_t + \frac{e_{t+1}}{(1+r)}}{(1+\beta)} \end{cases}$$

$\beta = 1,2; r = 25\%; e_t = 60000; e_{t+1} = 475000$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{t+1} = \dfrac{1,2[(1,25)60000 + 475000]}{(2,2)} = 240000 \\ x_t = \dfrac{60000 + \frac{475000}{(1,25)}}{(2,2)} = 200000 \end{cases}$$

Sie verschuldet sich während des Studium

c.

$$\begin{cases} U = \ln x_t + \beta \ln x_{t+1} \\ V = \ln\left(\dfrac{e_t + \frac{e_{t+1}}{(1+r)}}{(1+\beta)}\right) + \beta \ln\left(\dfrac{\beta[(1+r)e_t + e_{t+1}]}{(1+\beta)}\right) \end{cases}$$

mit V die indirekt Nutzen Funktion

$$\Rightarrow \begin{cases} V = \ln\left(e_t + \dfrac{e_{t+1}}{(1+r)}\right) - \ln(1+\beta) + \beta \ln((1+r)e_t + e_{t+1}) + \beta \ln \beta - \beta \ln(1+\beta) \\ V = (1+\beta)\left(\ln\left(e_t + \dfrac{e_{t+1}}{(1+r)}\right)\right) - (1+\beta)\ln(1+\beta) + \beta \ln \beta \end{cases}$$

Äquivalente Variation:

$$\begin{cases} V^0 = V(1,25\ ,\ 60000) \\ V^1 = V(1,1\ ,\ 60000 + EV) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V^0(1,25\ ,\ \ 60000) = V^1(1,1\ \ ,\ 60000 + EV) \\ \ln(60000 + \dfrac{475000}{(1,25)}) = \ln(60000 + EV + \dfrac{475000}{(1,1)}) \\ \Rightarrow EV = 440000 - 491818,18 = -51818,18 \end{cases}$$

Question 4

$$f(K,L) = Min(K,L)$$

a. $\begin{cases} K = L \\ y = K = L \\ C(y) = (r + w)y \end{cases}$

b. $y = \begin{cases} 0 \text{ falls } p > r + w \\ [0,\infty) \text{ falls } p = r + w \\ \infty \text{ falls } p < r + w \end{cases}$

c. $f(K,L) = Min(2K,L)$ und $f(K,L) = Min(K,2L)$

$\begin{cases} y = 2K = L \\ C(y) = (\frac{1}{2}r + w)y \end{cases}$ und $\begin{cases} y = K = 2L \\ C(y) = (r + \frac{1}{2}w)y \end{cases}$

Die Entscheidung mit die Erste oder die Zweite Technologien zu produzieren hängt von:

$$\begin{cases} (\frac{1}{2}r + w)y \gtreqless (r + \frac{1}{2}w)y \\ w > r \text{ nur die zweite technologie} \\ r > w \text{ nur die Erste Technologie} \\ r = w \text{ Egal} \end{cases}$$